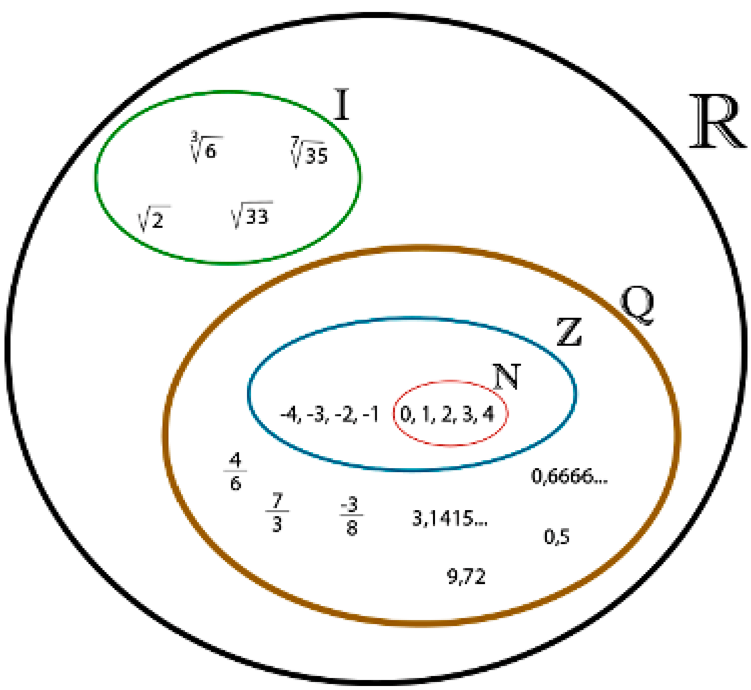
Números Reales

http://www.numerosreales.com/

El conjunto de los números reales pertenece en matemáticas a la recta numérica que comprende a los números racionales y a los números irracionales. Esto quiere decir que incluyen a todos los números positivos y negativos, el símbolo cero, y a los números que no pueden ser expresados mediante fracciones de dos enteros que tengan como denominador a números no nulos (excluye al denominador cero).

Un número real puede ser expresado de diferentes maneras, por un lado están los números reales que pueden ser expresados con mucha facilidad, ya que no poseen reglas complejas para hacerlo. Estos son los números enteros y los fraccionarios, como por ejemplo el número 67 que viene a ser un entero, o también el 34, que es un número fraccionario compuesto de dos enteros, cuyo numerador es 3 y su denominador es 4. Sin embargo, también existen otros números que pueden ser expresados bajo diferentes reglas matemáticas más complejas como números cuyos decimales son infinitos como el número π o 2√ y que sirven para realizar cálculos matemáticos pero no pueden ser representados como un símbolo numérico único.



N= números naturales (enteros positivos)
Z= números enteros (positivos y negativos)
Q= números racionales (fracciones y decimales)
I= Irracionales

Los **números reales** se representa con la letra R, y aparecen por la necesidad de realizar cálculos más complejos ya que en épocas como entre el siglo XVI y el XVII, se hacían necesarias nuevas cifras para los avances tecnológicos que ya no podían ser representados por cifras aproximadas ni por expresiones coloquiales por su inexactitud. El rigor del avance de la humanidad a partir de sus herramientas, hizo necesaria la creación de nuevas expresiones matemáticas que den mayor exactitud a los cálculos.

Por lo tanto, el conjunto de los números reales se conformó a partir de otros subconjuntos de números que surgían de necesidades en las matemáticas, como los números negativos y los números fraccionarios y decimales. En Europa, cuna de la ciencia en la modernidad, los números negativos no fueron utilizados hasta ya avanzado el siglo XVII, sin embargo, ya habían sido pensados muchos siglos atrás por culturas como la china y la hindú. Incluso se llegaba a descartar las soluciones de cálculos que tenían resultado negativo, por ser considerados números irreales.

Los números fraccionarios por su parte, fueron utilizados por los egipcios para la resolución de diferentes problemas. Pero es en la cultura griega de donde se extrae el actual uso de los racionales, de raciones de números, ya que los utilizaban para definir el espacio entre las notas musicales con relaciones de armonía que correspondían a divisiones en las melodías del sonido. Así se empezó a ver fracciones en otras cosas y sustancias.

A partir de allí, la complejidad de los cálculos empieza a profundizarse y es hasta el teorema de Pitágoras que surgen los números irracionales de los que se hablaba, donde los decimales de la fracción son infinitos y por lo tanto no son expresables en números únicos. De aquí nace el, quizás, primer número irracional que se conoce. A partir del teorema planteado como la constante pitagórica, cuya cifra surge de la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuya longitud de cada uno de sus catetos es 1, la cifra obtenida es 2√.

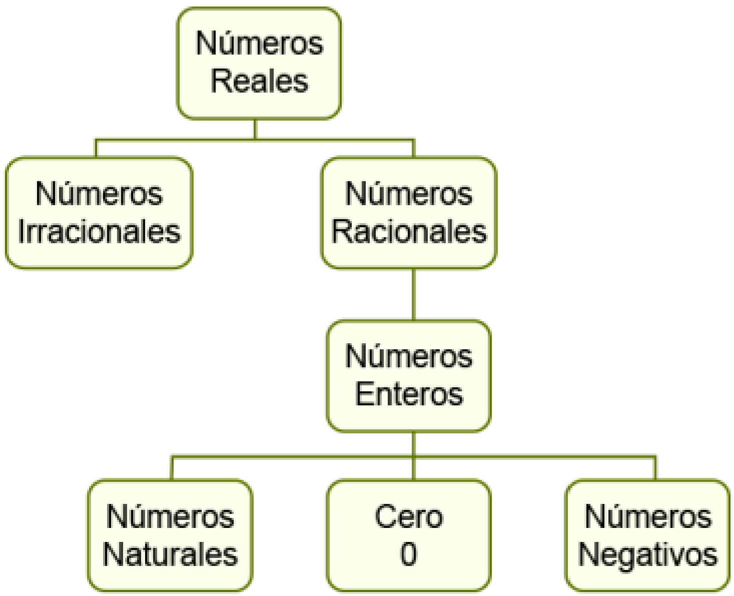
Entonces, el concepto de números reales es que son los números que pueden ser expresados con decimales, incluyendo a aquellos que tienen decimales en infinita expansión. Esto se debe a que en la lógica de los números reales, no hay números exactos. Es decir, la exactitud de un resultado está marcado por la expansión infinita de los decimales de un número, cuyo mejor ejemplo es π, y paradójicamente, este no es un número exacto, ya que proviene de la división de la circunferencia para el diámetro de un círculo perfecto. Aclarando mejor con otro ejemplo, es la división de $10 \div 3$ cuya respuesta es 3,333333333333333...

Sistema de Números Reales

El sistema de números reales se compone principalmente de dos grandes conjuntos, el de losnúmeros racionales que son aquellos que pueden ser expresados como la división de dos números enteros como 34, 15, incluso un número entero puede ser expresado como una fracción, ya que el número entero puede ser dividido para 1 sin cambiar su esencia, por ejemplo el número 8 puede ser expresado en fracción así 81; mientras que el otro gran conjunto del sistema de números reales es el de los números irracionales cuya representación decimal es expansiva, infinita y aperiódica.

Los números irracionales son un conjunto en sí mismos pero, a su vez, los números racionales tienen subconjuntos que son: las fracciones no enteras con sus respectivas notaciones negativas; los números enteros; dentro de los números enteros están los negativos y los enteros positivos; estos últimos a su vez incluyen a los números naturales y al cero. Para aclarar esta conjunción, se puede graficar como en el diagrama de arriba.

De otra forma, se muestra a continuación un mapa conceptual de números reales:



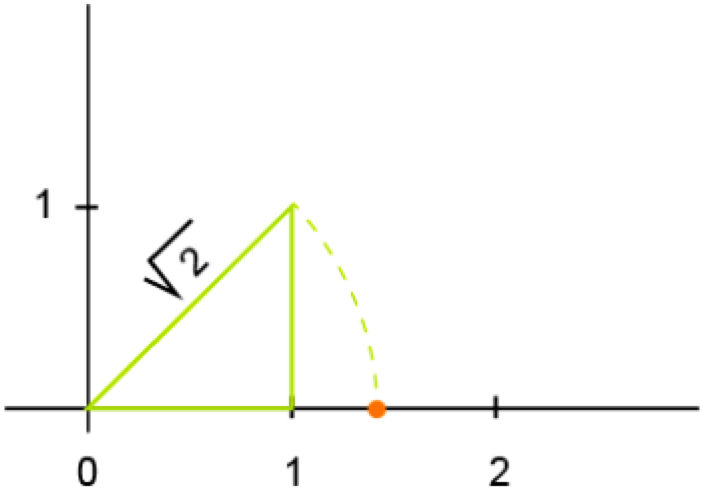
Representación De Números Reales

En la recta numérica, la representación de números reales se puede hacer con una exactitud aproximada, sin embargo, se pueden usar técnicas para representarlos de forma exacta. Como en el siguiente ejemplo de 7√:

Allí se puede ver que la raíz de 7 se puede descomponer para poder trazar un triángulo que cumpla con el teorema de Pitágoras.
Primero se descompone 7 en suma de cuadrados:

7=22+(3√)2

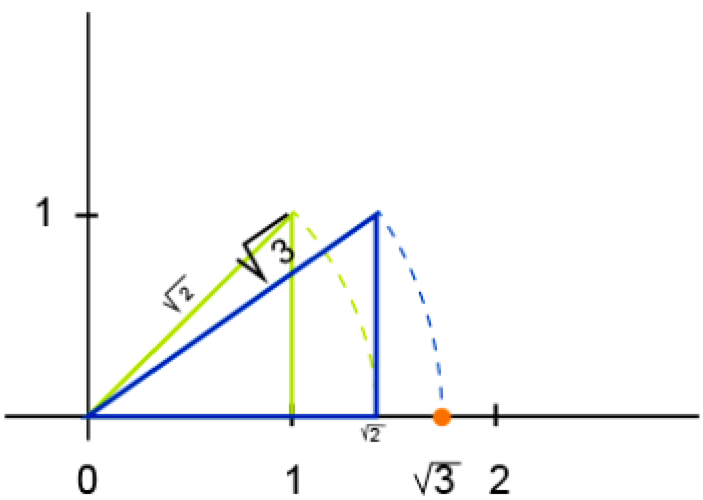
Los sumandos de esta adición serán los puntos en el eje cartesiano que nos darán la ubicación del número en cada uno de los ejes del plano. La raíz de tres. Para ello primero se debe representar la raíz de 2 o 2√, la cual se obtiene al trazar un triángulo cuyos catetos tengan valor de uno y cuya hipotenusa será igual a 2√. El vértice superior luego se debe trasladar de forma circular y con pivote en cero hasta llegar a la línea horizontal o eje X:



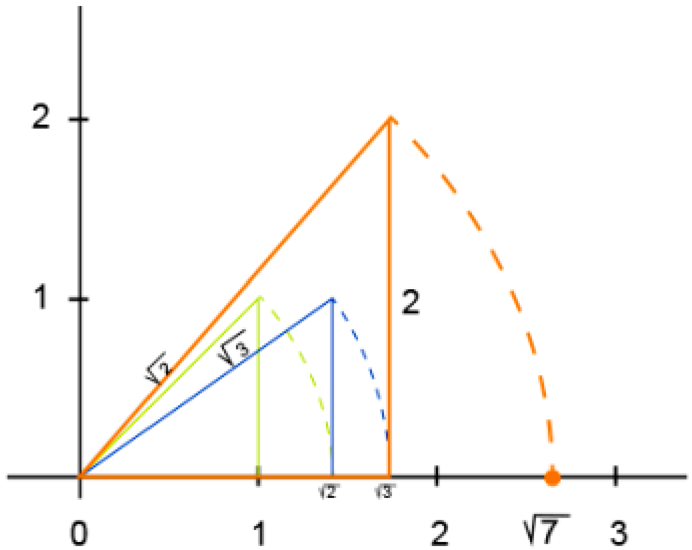
Con esta representación hecha, se procede a buscar 3√, ya que al descomponer este número, obtenemos que:

3=12+(2√)2

Por lo tanto, en la recta numérica se debe ubicar un punto entre estos dos sumandos, sean 1 y 2√ de tal modo que el gráfico, sobre el gráfico anterior quedaría de esta manera:



Finalmente, ya tenemos la ubicación de 3√ en el eje X y de 2 en el eje Y. Ahora se procede a ubicar a 7√ en la recta numérica, así:



2
1
2
$\sqrt{2}$
$\sqrt{3}$
0
1
$\sqrt{2}$
$\sqrt{3}$
2
$\sqrt{7}$
3

Operaciones Con Números Reales

Aquí vamos a discutir operaciones con números reales:

Adición de Números Reales

En la adición de números reales, los términos que intervienen son los sumandos y el resultado, donde el orden de los sumandos no altera el resultado.

$a+b=b+a$

al ser, los números reales, un conjunto que incluye los números negativos, la suma de negativos es posible, sin tener que recurrir a otro conjunto de números. Entonces, las sumas se pueden realizar como:

$a+(-b)=(-b)+a=-b+a$

Por ejemplo, podemos tomar los dos sumandos, 7 y −11. El orden de estos, al sumarlos, no va a alterar el resultado, ya que se trata al sumando como un término en su valor absoluto. Pero si se lo tomara por su valor relativo, no se podría sumar 7+11 o 11+7 y esperar el mismo resultado que:

$7+(-11)=-11+7=-4$

En este caso, el resultado es negativo, ya que el sumando con valor negativo es mayor que el término con valor positivo.

Imagen: Operaciones Con Números Reales

Sustracción de Números Reales

A pesar de que todas las operaciones de sustracción de números reales pueden ser expresadas como sumas, como se podía ver en el ejemplo anterior, también en la sustracción existen reglas para evitar confusiones. Pues, los términos que intervienen en esta operación, son el sustraendo, el minuendo y el resultado. El sustraendo siempre va primero, el minuendo va siempre después, logrando que el orden de los términos si acabe por afectar al resultado.

$a-b \neq b-a$

Donde $a+(-b)$ si es igual a $(-b)+a$. Por lo cual, para poder cambiar de orden a los términos de una resta, se debe usar el inverso aditivo o el negativo del sustraendo para que de esta manera no se vaya a alterar el resultado.

Multiplicación de números Reales

En la multiplicación de números reales, los términos son los factores y el producto o resultado. En esta operación, los factores no alteran el producto, sin embargo, existen otras reglas para multiplicar cuando se tienen números negativos.

Al multiplicar dos factores con el mismo signo positivo, la respuesta será la misma multiplicación, sin cambios.

$a \times b = c$

Pero al multiplicar dos factores con signo negativo, el cambio se dará bajo la regla de:

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$- \cdot - = +$$

Por lo tanto, si tenemos dos factores con signo negativo, la regla sería.

$-a \times -b = c$

Si se calcula dos factores, ambos con signo diferente, uno positivo y otro negativo, entonces la respuesta va a ser negativa.

$A \times -b = -c$

$-a \times b = -c$

Si se multiplica por 1, cualquier factor daría como resultado el mismo factor.

$a \times 1 = a$

Si se multiplica por cero, el resultado será cero.

$a \times 0 = 0$

División de números Reales

En la división de números reales, se aplican las mismas reglas de signos que en la multiplicación.

Sin embargo, la división solo se puede realizar entre números mayores o menores que cero, más no el mismo cero, ya que el resultado no está definido en estos casos.

Referencia

http://www.numerosreales.com/